Doctorado en Economía Aplicada con Mención en Estudios Regionales

Examen de Calificación: Econometría/Econometría Espacial

Departamento de Economía, UCN

27 de Julio, 2016

Instruciones:

- Ud. tiene 15 minutos para revisar las preguntas de su examen y realizar preguntas al profesor. Luego de los 15 minutos, el profesor se retirará de la sala.
- Luego de los 15 minutos para revisar las preguntas. Ud. cuenta con 2.5 hrs (150 minutos) para responder las preguntas.
- **De las 4 preguntas, Ud. sólo debe responder 3**.
- Si responde las 4 preguntas, sólo se revisarán las 3 primeras.

1. Preguntas

1. Permita x_i ser *iid* $N(0, 1)$. Suponga que el verdadero modelo de regresión se especifica como:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + v_i \tag{1}$$

donde $\mathbb{E}(v_i|x_i) = 0$. Asuma que el investigador decida estimar el modelo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i \tag{2}$$

Donde $u_i = \beta_2 x_i^2 + v_i$.

a) Muestre que $\text{Cov}(u_i, x_i) = 0$. (Pista: $\text{Cov}(x, y) = \mathbb{E}(x, y) - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)$)

b) Muestre que $\mathbb{E}(u_i, x_i) \neq 0$

c) Discuta la interpretación de los punto anteriores.

2. Considere las siguientes dos regresiones:

$$\ln salario = \beta_0 + \beta_1 bch + \beta_2 univ + \beta_3 exper + u \tag{3}$$

$$\ln salario = \beta_0 + \theta_1 bch + \beta_2 (bch + univ) + \beta_3 exper + u \tag{4}$$

Donde *salario* refleja el salario laboral mensual recibido por el trabajador, *bch* representa los años en bachillerato. Por bachillerato se entenderá uno o dos años que se llevan a cabo luego de la educación media, pero antes de la universidad. Ellos pueden ser usados como preparación para comenzar una carrera. *univ* representa el numero de años en la universidad y *exper* es una aproximación de la experiencia. Permita $\hat{\beta}$ represente la estimación de OLS de la primera ecuación, mientras $\tilde{\beta}$ representa la estimación de la segunda regresión estimada via OLS.

a) Entregue una interpretación económica de θ_1 y β_2 en la segunda. regresion.

b) Pruebe que $\tilde{\theta}_1 = \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2$

c) Pruebe que la suma de los cuadrados residuales de ambas ecuaciones, a saber SSR_1 y SSR_2 son similares.

d) Pruebe que $se(\tilde{\theta}_1) = se(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)$.

3. Considere el siguiente modelo espacial autoregresivo:

$$\boldsymbol{y} = \rho_0 \boldsymbol{W} \boldsymbol{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{5}$$

donde $\boldsymbol{y}$ es un vector de $n \times 1$, $\boldsymbol{W}$ es una matriz de pesos espaciales $n \times n$; $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un vector de errores $n \times 1$ que se distribuyen i.i.d con media $\mathbf{0}$ y ρ_0 es el parámetro autoregresivo espacial.

a) Demuestre que un estimador MCO de ρ_0 es sesgado. (Asuma lo que Ud. encuentre necesario). (Pista: $\text{tr}(A) = \text{tr}(A')$ y $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ donde AB y BA son confortables.)

4. Considere nuevamente el modelo espacial autoregresivo en (5). Asuma que $\boldsymbol{\varepsilon} \sim \text{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \boldsymbol{I}_n)$ y la muestra es i.i.d. de tamaño N.

a) Muestre paso a paso como obtener la función de máxima verosimilitud. Recuerde que si una variable $\boldsymbol{x}$ se distribuye $\text{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, entonces la distribución normal multivariada puede escribirse como:

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}) \right)$$